

信号处理函数库讲解

科研全家桶 · 讲解文档系列（原创）
配套《信号处理_函数库》26 个 clean-room 脚本

摘要 本讲解面向数字信号处理（DSP）的核心方法，按采样与变换、谱估计、滤波器设计、时频与小波、调制解调、

关键词 采样定理, FFT, 功率谱, FIR/IIR, 小波, 调制, 自适应滤波

1 引言

信号处理研究如何从含噪、含混的观测中提取信息、抑制干扰、变换表示。本讲解配套《信号处理_函数库》的 26 个原创脚本，强调“看得见”的直觉：每个方法都配合成信号的时域/频域图，帮助读者建立“频谱长什么样”

2 采样与变换

2.1 采样定理与混叠

连续信号以 f_s 采样，只有当 $f_s > 2f_{\max}$ （奈奎斯特准则）才能无失真重建；否则高频成分折叠成低频假象——混叠。其折叠频率为 $|f_0 - f_s|$ 。

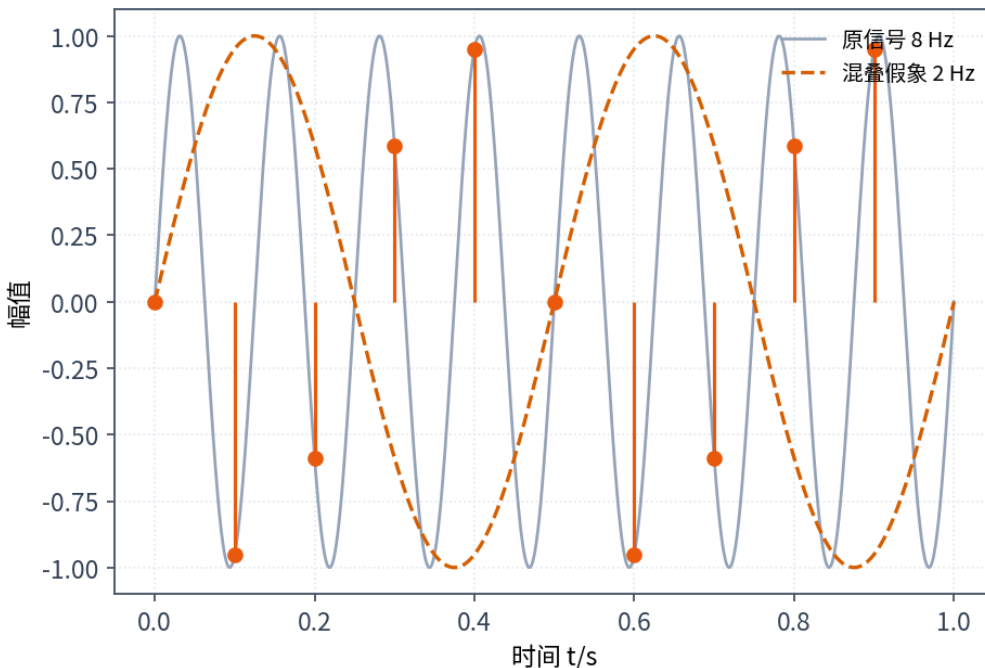


图 1 欠采样 ($f_s < 2f_0$) 使原信号被误读为一条低频“假象”。

2.2 傅里叶变换

离散傅里叶变换 $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi kn/N}$ 把序列从时域映到频域；FFT 是其 $O(N \log N)$ 快速实现。幅值谱

2.3 希尔伯特变换

对实信号构造解析信号 $x_a = x + j\mathcal{H}\{x\}$ ，其模 $|x_a|$ 即瞬时包络，可用于调幅解调与包络检测。

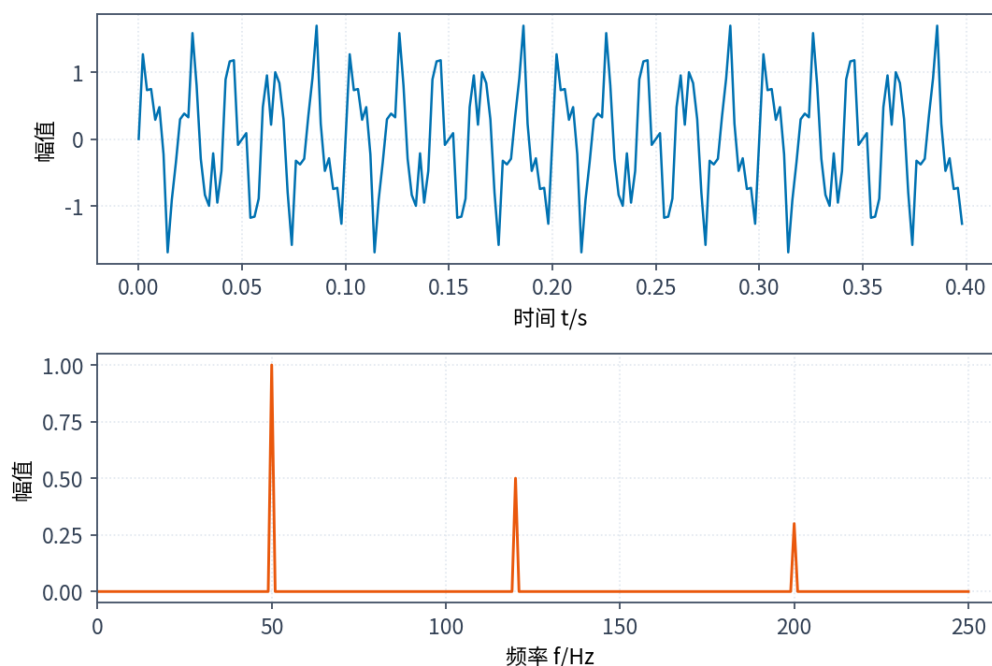


图2 多频正弦的时域波形与 FFT 幅值谱，谱峰对应各频率分量。

3 谱估计

有限长含噪信号的功率谱需估计。**周期图**直接取 $|X(f)|^2/N$ ，方差大；**Welch 法**分段加窗求平均，以分辨率换取方差；**倒谱**对对数谱再变换，可检测基音等周期结构。

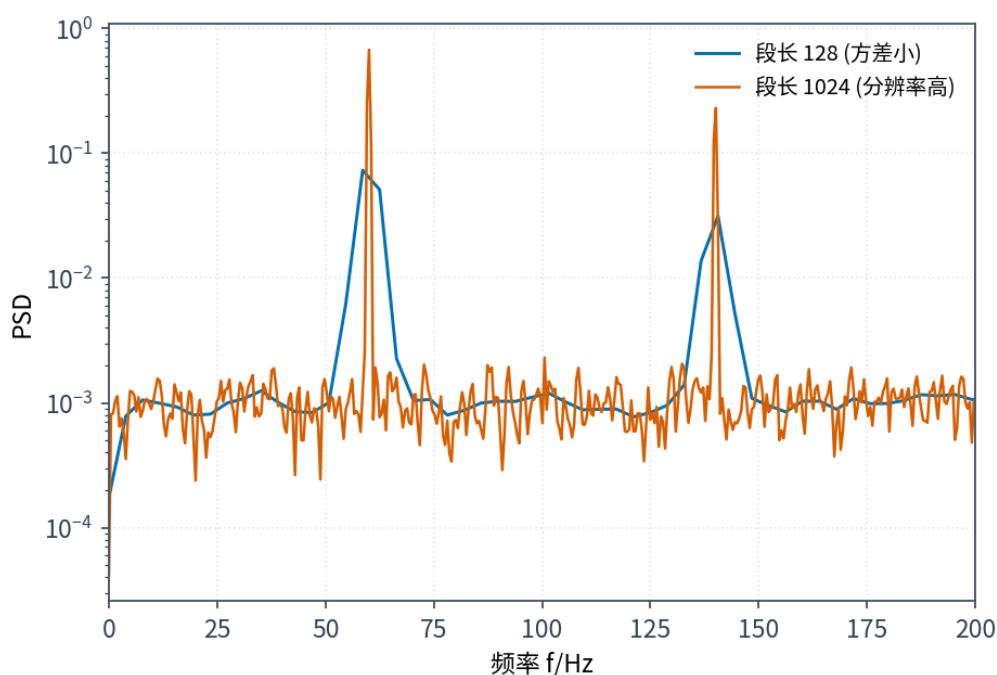


图3 Welch 法：段长越短方差越小，越长频率分辨率越高。

4 滤波器设计

4.1 FIR 滤波器

有限冲激响应滤波器线性相位、恒稳定。窗函数法对理想低通的 sinc 冲激响应加窗（Hamming 等）截断；频率采样法在频域取样后 IFFT。

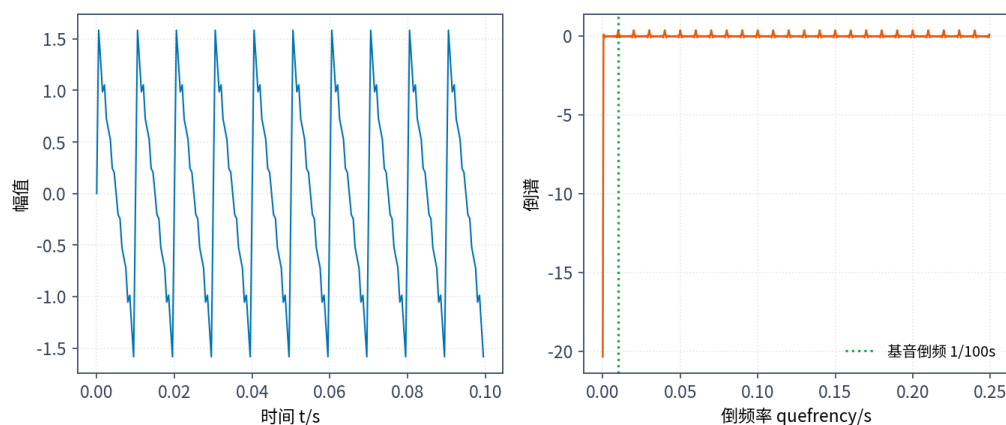


图4 倒谱在“倒频率”上的峰值对应谐波信号的基音周期。

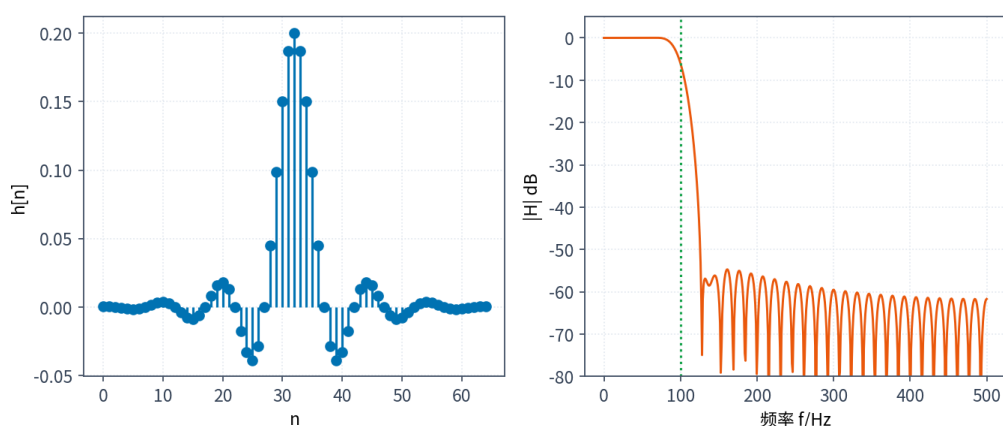


图5 窗函数法设计的 FIR 低通：冲激响应（左）与幅频响应（右）。

4.2 IIR 与非线性滤波

巴特沃斯等 IIR 滤波器由模拟原型经双线性变换得到，阶数越高过渡带越陡。**中值滤波**是非线性方法，对脉冲

5 时频与小波

平稳谱无法刻画时变频率。**短时傅里叶 (STFT)** 加滑动窗得谱图，时间-频率分辨率受窗长制约（测不准）。**连续小波 (CWT)** 用可伸缩的小波在多尺度上分析，低频宽时窗、高频窄时窗，更适合突变。**离散小波 (DWT)** 以 Mallat 算法多层分解出近似与细节系数，是去噪与压缩的利器。

6 调制解调

AM 以消息调制载波幅度，频谱呈载频两侧的边带；**FM** 调制瞬时频率，抗噪优。数字调制中 **ASK/FSK** 用幅度/频率携带比特。采样后可用 sinc 内插重建连续信号。

7 信号应用

卷积实现滤波，相关度量相似与时延。**LMS 自适应滤波** 以 $\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + 2\mu \mathbf{e} \mathbf{x}$ 在线调整，用于噪声对消、回声消除。

8 结语

DSP 的工程直觉可归纳为“时域看波形、频域看成分、时频看演化、滤波做取舍”。需频率成分用 FFT；时变信号用 STFT/小波；抑噪据噪声类型选 FIR/IIR/中值/自适应；检测已知波形用匹配滤波。

本文为原创讲解；全部代码与图示见配套《信号处理_函数库》，python3 build.py 一键复现。

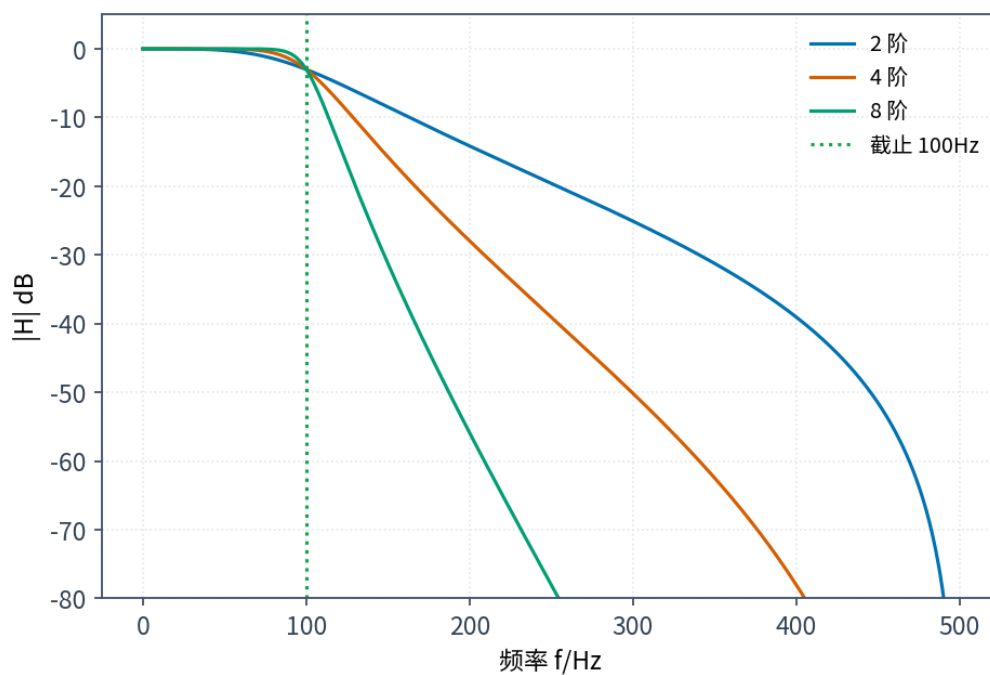


图 6 不同阶数巴特沃斯低通的幅频响应（阶数越高越陡）。

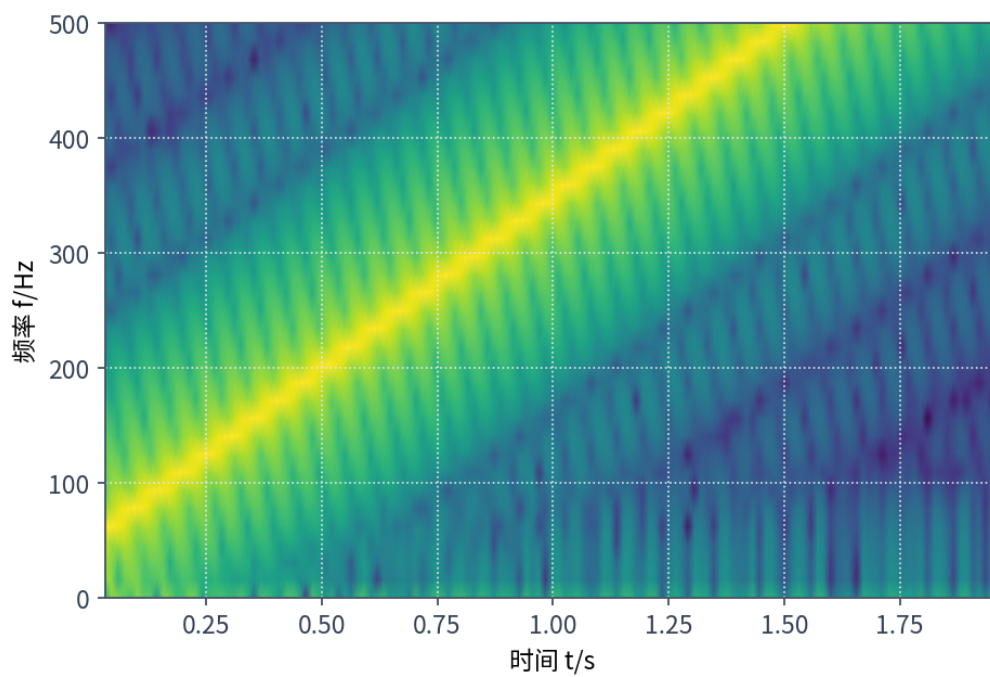


图 7 Chirp 信号的 STFT 谱图清晰呈现频率随时间线性上升。

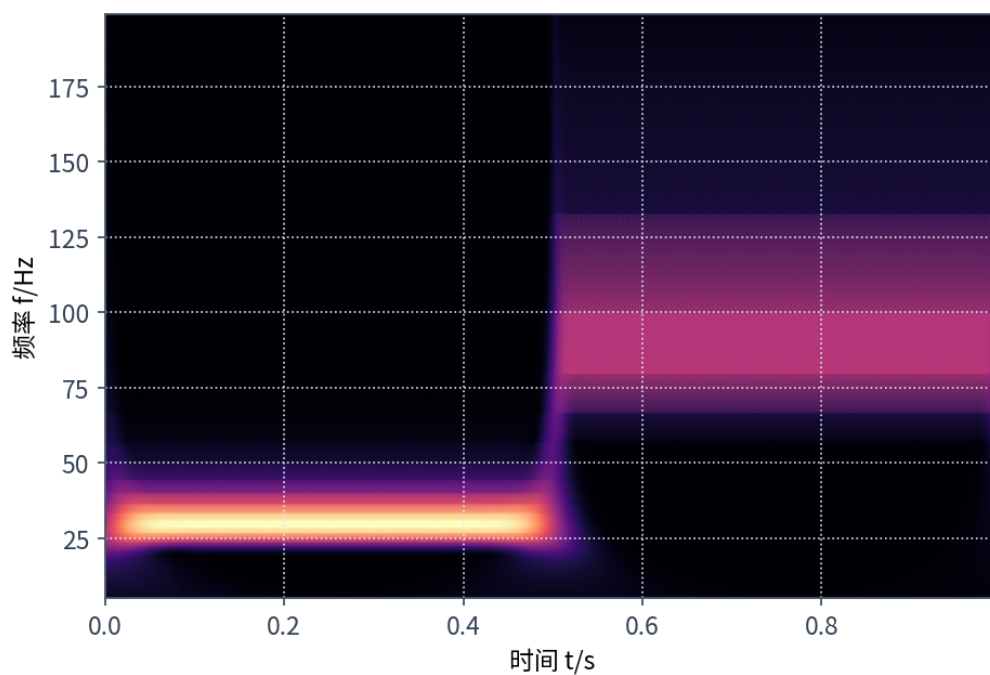


图 8 Morlet 连续小波分辨出信号中段的频率跳变。

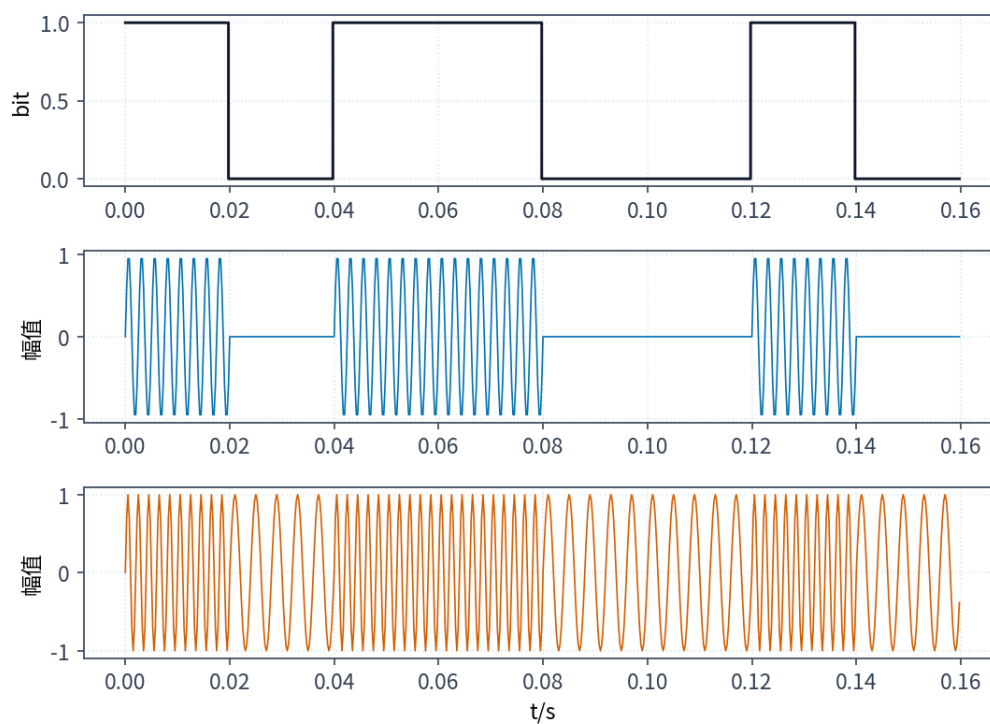


图 9 二进制 ASK (幅移) 与 FSK (频移) 键控波形对比。

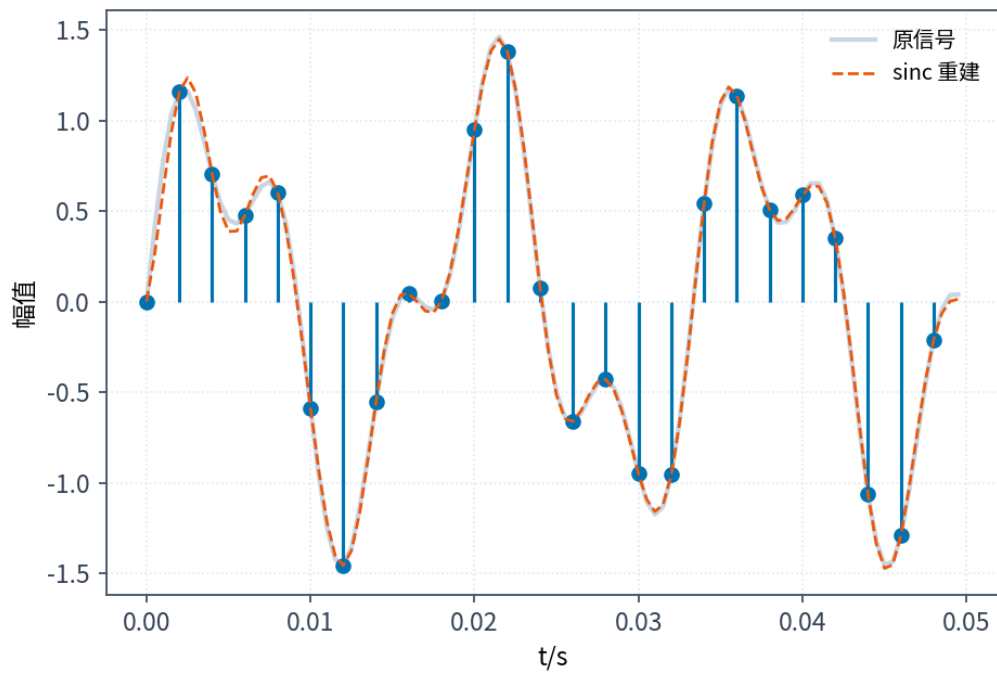


图 10 满足奈奎斯特时，sinc 内插由采样点精确重建原信号。

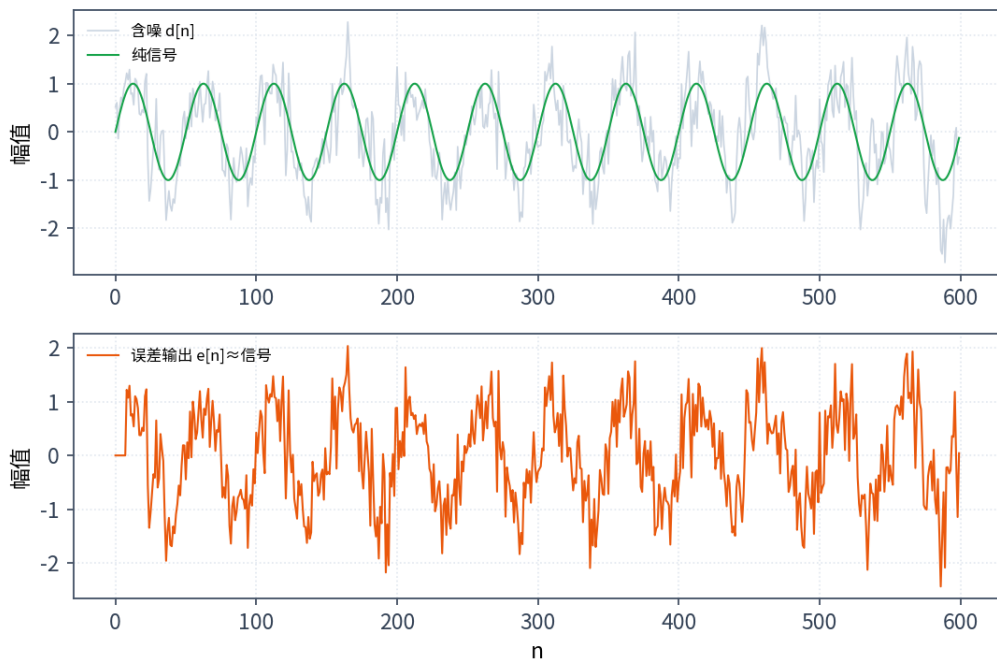


图 11 LMS 自适应噪声对消：收敛后误差输出即恢复的纯净信号。

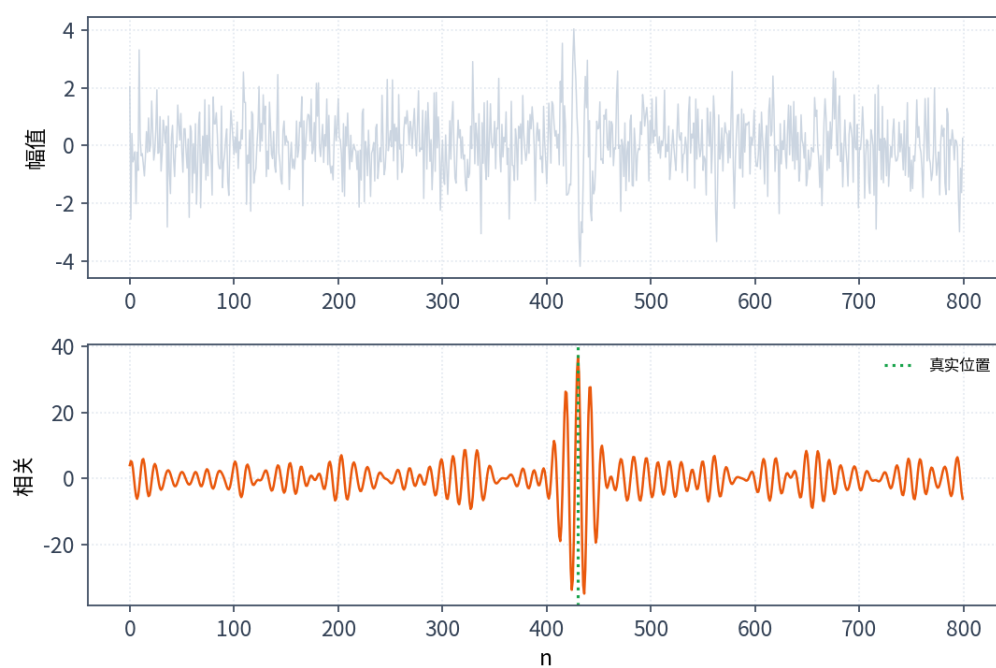


图 12 匹配滤波在埋没于噪声的信号中以相关峰精确定位模板。